# Алгебраическая динамика и фазовое расширение геометрии Минковского

*В.В. Кассандров*

E-mail: vkassan@rambler.ru

*Москва, Институт гравитации и космологии РУДН*

**Аннотация**

Описываются основные принципы алгебродинамического подхода к теории поля и геометрии пространства-времени. Подход основан на свойствах алгебры комплексных кватернионов и условиях кватернионной аналитичности

В парадигме алгебродинамики [1, 2, 3] фундаментальные поля рассматриваются как функции $F(Z)$ *бикватернионного* ($\mathbb{B}$) переменного $Z$, а первичные уравнения поля представляют собой *обобщенные условия Коши-Римана*, т.е. "условия аналитичности" $\mathbb{B}$-функций-полей в *некоммутативной* алгебре $\mathbb{B}$ (Кассандров,1980):

$$dF = \Phi * dZ * \Psi \tag{1}$$

На координатном 4D-подпространстве $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^4$ комплексная норма алгебры $\mathbb{B}$ редуцируется к метрике Минковского. Теория поля, основанная на условиях (1), становится лоренц-инвариантной и, как следствие явного учета некоммутативности – нелинейной, причем аналогом уравнения Лапласа в комплексном анализе здесь выступает нелинейное *уравнение комплексного эйконала* (УКЭ) $\eta^{\mu\nu}\partial_\mu f \partial_\nu f = 0$, выполняющееся для каждой (матричной) компоненты $f$ аналитической $\mathbb{B}$-функции. Общее решение УКЭ в лоренц-инвариантной форме было описано в работе [4].

Система "уравнений $\mathbb{B}$-поля" (т.е. условий аналитичности (1) в алгебре $\mathbb{B}$) обладает естественной 2-спинорной (твисторной) и калибровочной структурами (см., например, обзор [5]). Фундаментальный спинор, определяемый каждым $\mathbb{B}$-полем, геометрически определяет на $\mathbf{M}$ некоторую бессдвиговую изотропную конгруенцию лучей и индуцируемую ей эффективную *риманову метрику типа Керра-Шилда*. Вторые производные этого спинора формируют тензор напряженности эффективных ($\mathbb{C}$-значных) калибровочных полей Максвелла и Янга-Миллса, которые на решениях (1) тождественно самодуальны. Поэтому *каждое $\mathbb{B}$-поле определяет пару калибровочных полей, удовлетворяющих свободным комплексифицированным уравнениям Максвелла и Янга-Миллса* [6, 5].

$\mathbb{B}$-поля имеют сложную (в общем случае – струнную) структуру точек ветвления, которые в отношении калибровочных полей и поля кривизны являются сингулярностями и определяют общий их источник. Таким образом, в теории возникают эффективные частицеподобные формирования, демонстрирующие многие свойства реальных квантовых частиц. В частности, *эффективный электрический заряд сингулярностей ассоциированного поля Максвелла автоквантован, т.е. целократен некоторому минимальному ("элементарному") заряду* [7]. Этот факт можно связать как с переопределенностью "мастер-уравнений" (1), так и с топологическими соображениями типа используемых в теории магнитного монополя Дирака.

Твисторная структура, обнаруживающаяся у уравнений $\mathbb{B}$-поля, позволяет развить мощные алгебраические методы нахождения их решений, а также решений уравнений Максвелла и Янга-Миллса с чрезвычайно сложной структурой *протяженных* сингулярностей-источников. Были получены, в частности, решения свободных уравнений Максвелла, описывающие процесс аннилиляции противоположных зарядов (с излучением сингулярного волнового фронта) [7, 9] и "фотоноподобные" решения с компактной сингулярностью, перемещающейся со скоростью света [8, 9].

Струнные сингулярности оказываются, однако, неустойчивыми. В частности, известная в ОТО конгруенция Керра с *кольцеобразной* сингулярностью, генерирующая метрику и электромагнитное поле решения Керра-Ньюмена, малым изменением параметров генерирующей функции переводится в конгруенцию с "расширяющимся" сингулярным кольцом [10]. Такое положение дел, а также другие фундаментальные соображения приводят к необходимости кардинальной замены фонового пространства Минковского новой, алгебраически мотивированной геометрией пространства-времени. Эта программа реализована в [11] и кратко представлена ниже.

Рассмотрим 3-мерное *комплексифицированное* пространство $\mathbb{C}^3$ с *голоморфной* "метрической" формой

$$\sigma = (z_1)^2 + (z_2)^2 + (z_3)^2 \tag{2}$$

Заметим, что такое пространство является *инвариантным* подпространством векторного пространства $\mathbb{C}^4$ алгебры $\mathbb{B}$ относительно преобразований из группы ее автоморфизмов $SO(3,\mathbb{C})$. Последняя, как известно, является 6-параметрической и 2:1 изоморфна группе Лоренца. Однако группа $SO(3,\mathbb{C})$ действует на 6-мерном пространстве с "метрикой" (2), на первый взгляд имеющем мало общего с пространством Минковского. Такая связь, однако, имеет место и устанавливается с помощью отображения $\mathbb{C}^3 \mapsto \mathbf{M}_+$:

$$T = (\vec{z} \cdot \vec{z}^*); \quad \vec{X} = i[\vec{z} \times \vec{z}^*]. \tag{3}$$

При этом эффективный "интервал Минковского" оказывается равным

$$S^2 = T^2 - |\vec{X}|^2 \equiv \sigma\sigma^* \tag{4}$$

и для произвольных координат, определенных (3), является неотрицательным. Таким образом, построенное отображение на самом деле определяет только *внутренность* светового конуса Минковского $\mathbf{M}_+$, включая его светоподобную границу. Причинно не связанные события при таком отображении вообще не определены (как бы не существуют).

Как видно из (4), интервал Минковского $S^2$ на самом деле представляет собой *модульную*, некомпактную часть голоморфного инварианта (2). При этом существует еще и *фазовая*, компактная часть этого инварианта – *геометрическая фаза*. Наблюдаемая "макрогеометрия" определяется именно модульной частью инварианта (2) и соответствует "причинной области" пространства Минковского. Действительно, при $SO(3,\mathbb{C})$-вращениях эффективные координаты (4) преобразуются друг через друга лоренцоподобным образом (подробнее см. [11]). Что же касается второго фазового инварианта, он может быть ответственным за квантовые универсальные свойства частиц материи.

Первичная физическая динамика развивается именно в комплексном пространстве $\mathbb{C}^3$ и в алгебродинамике определяется некоторым сложным (многозначным) $\mathbb{B}$-полем или отвечающей ему (комплексифицированной) "бессдвиговой изотропной конгруенцией" (см. выше). Широкий класс таких конгруенций восстанавливается по структуре "(комплексной) фокальной линии", которую можно рассматривать как (комплексную) *мировую линию* движения генерирующей точечной сингулярности. Заметим, что такого рода конструкции рассматривались ранее в работах Е.Т. Ньюмена, А.Я. Буринского и Р.П. Керра с целью получения сложных решений электровакумной системы уравнений Максвелла-Эйнштейна.

В работе [12] было предложено комплексное обобщение процедуры Лиенара - Вихерта, позволяющей связать уравнением *комплексного "нулевого" конуса* генерирующий заряд с его собственными "копиями" на той же мировой линии. В итоге возникает ансамбль (сколь угодно большого числа) тождественных точечных объектов – т.н. *дубликонов*, – с коррелированной (за счет условия конуса) динамикой. Тем самым получает естественную реализацию знаменитая идея Уилера-Фейнмана обо "всех электронах как одном и том же электроне".

Введение первичной комплексной динамики неизбежно приводит и к концепции *комплексного времени*. В общем контексте алгебродинамической парадигмы время естественно определяется как параметр вдоль лучей фундаментальной конгруенции (БСК), сохраняющих локальные значения первичного $\mathbb{B}$-поля (или, эквивалентно, – твисторного поля конгруенции) [8, 15]. При обобщении алгебродинамической схемы на комплексное пространство такой смысл временнóго параметра в основном сохраняется (подробнее см. [12], однако сам параметр $\tau = \tau_1 + i\tau_2$ уже становится вещественно двумерным. Это делает неопределенным *порядок* последовательного осуществления "событий" (состояний Вселенной) и вносит, таким образом, неопределенность в изначально детерминистическую теорию. В этой связи в работе [12] было определено понятие "кривой эволюции" $\tau_A = \tau_A(s), \ A = 1,2$ ($s \in \mathbb{R}$ – монотонно возрастающий параметр) и сделано предположение о ее эффективно случайном и, возможно, фрактальном характере (*случайное, фрактальное время (!)*). Можно надеяться, что эта концепция приведет к схеме взаимодействия частицеподобных образований (типа дубликонов), во многих отношениях воспроизводящей фейнмановскую версию квантовой механики.

Заметим, что комплексное время рассматривалось недавно в серии работ В.В. Асадова и О.В. Кечкина (см., например, [13]), в которых из структуры уравнения Шредингера с комплексным временным параметром и предположения о некотором "режиме времени" (аналогичному нашей "кривой эволюции", но имеющим еще и *термодинамический смысл*) удается определить динамически неубывающие функции энтропийного типа. Следует еще отметить, что в рамках той же алгебры бикватернионов и ее группы автоморфизмов $SO(3,\mathbb{C})$ А.П. Ефремовым рассматривалась концепция "трехмерного времени" и "кватернионной теории относительности" [14].

В заключение отметим, что в контексте алгебродинамике расширенная геометрия пространства Минковского, новая концепция времени и самосогласованная динамика частицеподобных (сингулярных) образований возникают как следствие единственного уравнения вида (1), имеющего смысл обобщенных условий аналитичности Коши-Римана, и предположения об алгебре комплексных кватернионов $\mathbb{B}$ как фундаментальной *алгебре пространства-времени*. С другой стороны, основным элементом физической картины Мира в алгебродинамике является т.н. "поток Предсвета" (определяемый *многозначной* бессдвиговой изотропной конгруенцией лучей), а материальные объекты представляют собой каустики и фокальные линии этого предсветового потока (см., например, [15]).

# Список литературы


[1] В.В.Кассандров, *Алгебраическая Структура Пространства-Времени и Алгебродинамика.* М., изд-во Университета дружбы народов, 1992.

[2] V.V.Kassandrov, *Gravit. & Cosmol.*, **3**, 216 (1995); gr-qc/0007026.

[3] V.V.Kassandrov, *Acta Applic. Math.*, **50**, 197 (1998).

[4] V.V. Kassandrov, *Gravit. & Cosmol.*, **8**, Suppl.2, 57 (2002); math-ph/0311006.

[5] В.В.Кассандров, *Гиперкомплексные Числа в Геометрии и Физике*, **2(6)**, 58 (2006).

[6] V.V.Kassandrov and V.V.Trishin, Gen. Rel. Grav., **36**, 1603 (2004); gr-qc/0401120.

[7] V.V.Kasandrov, in: *Has the Last Word been Said on Classical Electrodynamics?*, eds. A.Chubykalo et al. Rinton Press, 2004, p. 42; physics/0308045.

[8] В.В.Кассандров, *Гиперкомплексные Числа в Геометрии и Физике*, **1(1)**, 91 (2004); hep-th/0312278.

[9] V.V.Kassandrov, in: *Proc. Int. Conf. on NonEuclidean Geometries*, ed. V.I.Redkov. Minsk: Inst.Phys.Belarus Press, 2006 (in print); http://dragon.bas-net.by/bgl5/proc.htm

[10] V.V.Kassandrov, in: *Proc. Int. School on Geometry and Analysis.* Rostov-na-Donu Univ. Press, 2004, p. 65; gr-qc/0602046.

[11] V.V.Kassandrov, *Gravit. & Cosmol.*, **11**, 354 (2005); gr-qc/0602088.

[12] V.V.Kassandrov, in: *Proc. Int. Conf. on Physical Interpretations of Relativity Theory*, eds. M.C.Duffy et al. M., Bauman Tech. Univ. Press, 2005, p. 45; gr-qc/0602064.

[13] V.V.Asadov and O.V.Kechkin, *Absolute Time and Temperature in Quantum and Classical Relativisitc Mechanics*, hep-th/0702047.

[14] А.П.Ефремов, *Кватернионные Пространства, Системы Отсчета и Поля.* М., изд-во РУДН, 2005; // A.P.Yefremov, *Gravit. & Cosmol.*, **2**, No.1, 77 (1995); No.4, 335 (1995).

[15] В.В.Кассандров, в: *Математика и практика. Математика и культура. Вып.2*, ред. М.Ю. Симаков. М., “Самообразование”, 2001, с. 61; (www.chronos.msu.ru).